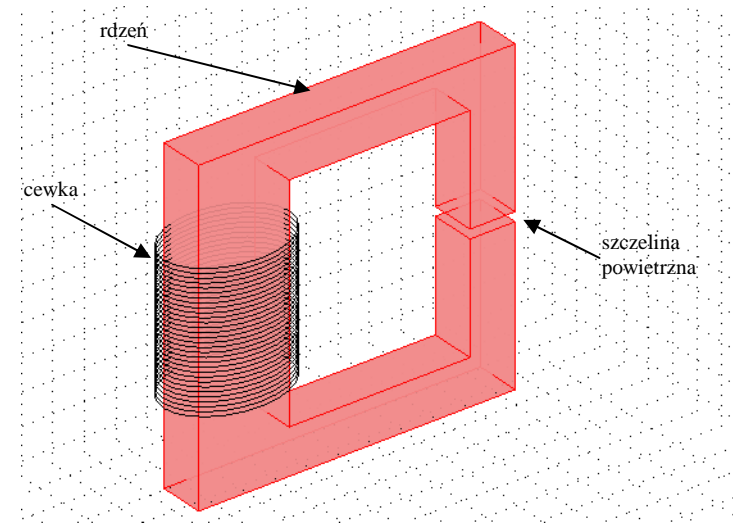


Elektromagnes z rdzeniem ferromagnetycznym

Obliczanie pola magnetycznego

Wprowadzenie

Statyczne pole magnetyczne wytwarzane jest przez magnesy trwałe. Wartości natężeń takich pól są jednak stosunkowo niewielkie, dlatego często stosowane są elektromagnesy (Rys. 1). Jak wiemy, przewód z prądem wytwarza pole magnetyczne. Pole to można wzmocnić formując przewód w cewkę. Pole magnetyczne zaindukowane przez prąd w cewce elektromagnesu jest jeszcze dodatkowo wzmocnione dzięki zastosowaniu rdzenia o dużej przenikalności magnetycznej μ_r . Przenikalność materiałów ferromagnetycznych nie jest jednak wielkością stałą, lecz zależy od natężenia pola (charakterystyka $B-H$ jest nieliniowa). Powoduje to pewne trudności w obliczeniach obwodów magnetycznych, wobec czego nawet proste zadanie może sprawić trudności w rozwiązywaniu.



Rys. 1 Elektromagnes

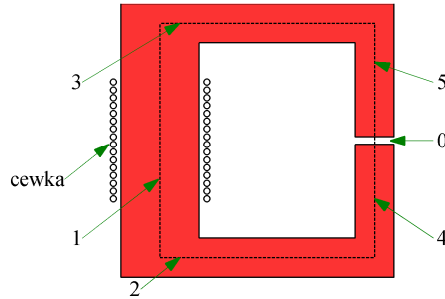
Przykład 1)

Dana jest krzywa magnesowania materiału ferromagnetycznego, z którego wykonano rdzeń elektromagnesu (Rys. 1). Zakładając, że geometria rdzenia jest znana wyznaczyć prąd I w cewce o $n = 1080$ zwojów taki, aby indukcja w szczelinie wyniosła $B_0 = 1$ T.

Rozwiązanie:

Rdzeń możemy podzielić na 5 części (Rys. 2):

- 1 – pionowa, na której nawinięta jest cewka,
 - 2 i 3 – części poziome,
 - 4 i 5 – części pionowe nad i pod szczeliną.
- Szczelinę i odnoszące się do niej wartości cewka oznaczamy indeksem „0”.
- Możemy założyć, że w każdej części obwodu magnetycznego, (zarówno w rdzeniu jak i w szczelinie) indukcja nie zmienia się.



Rys. 2 Przekrój elektromagnesu

- Mając B_0 i znając powierzchnię przekroju rdzenia S_0 w części, w której jest szczelina obliczamy strumień magnetyczny:

$$\Phi = B_0 \cdot S_0 . \quad (1.1)$$

- Zakładając, że cały wytworzony w uzwojeniu strumień zamyka się w rdzeniu i szczelinie (nie ma strumienia rozproszenia), możemy wyznaczyć indukcję w każdej części rdzenia.

W poszczególnych częściach obwodu magnetycznego mamy zatem taki sam strumień, a indukcja zależy od przekrojów poszczególnych części rdzenia:

$$B_k = \frac{\Phi}{S_k} , \quad \text{gdzie } k = 1, 2, 3, 4, 5. \quad (1.2)$$

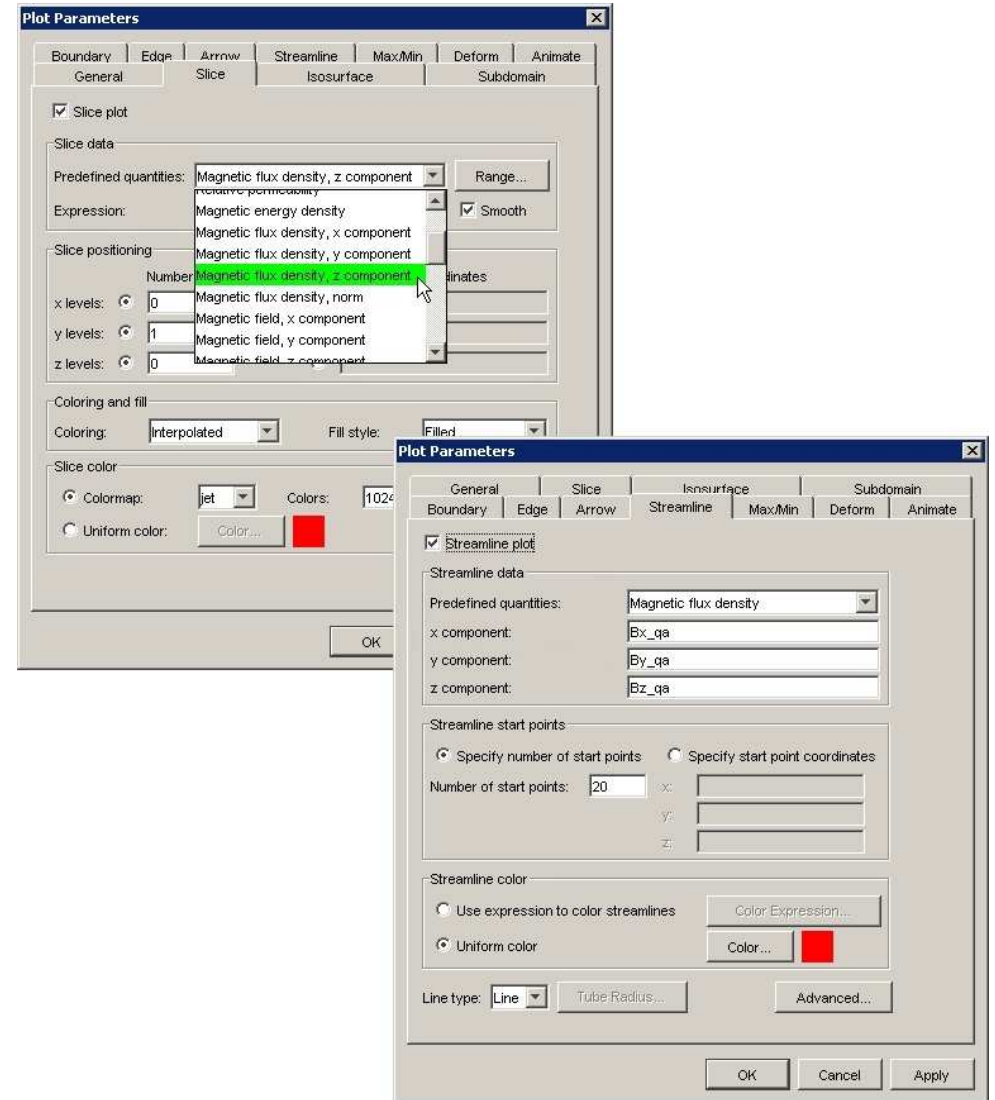
- Z krzywej magnesowania dla każdej B_k odczytujemy wartości H_k – natężenia pola magnetycznego w rdzeniu. Dla szczeliny powietrznej wartość H_0 znajdujemy z zależności:

$$H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} . \quad (1.3)$$

- Wartość prądu konieczną do wytworzenia w szczelinie żądanej wartości indukcji magnetycznej wyznaczamy (na podstawie prawa przepływu) z równania:

$$n \cdot I = \sum_k H_k \cdot l_k , \quad (1.4)$$

gdzie n oznacza liczbę zwojów w cewce, a l_k – długości poszczególnych części rdzenia.



Rys. 17 Plot Parameters: zakładki Slice i Streamline

O tym, jakie wyniki wyświetlać i w jaki sposób to robić możemy oczywiście zdecydować sami. Z menu **Postprocessing** wybieramy **Plot parameters** i ustawiamy odpowiednie opcje. Na zakładce **General** okienka dialogowego wybieramy ogólne parametry wyświetlania i rodzaj rysowanych wykresów (**Plot type**). Ustawiając parametry wykresów należy pamiętać o tym, aby w odpowiednim miejscu zaznaczyć, że mają one być rysowane.

Ponieważ interesuje nas pole magnetyczne w rdzeniu przejdźmy do zakładki **Slice** (Rys. 17) i ustawmy **Magnetic flux density, norm** jako **Slice data** oraz zdefiniujmy **Slice positioning** tak, aby wynik był rysowany w jednej płaszczyźnie: **x levels: 0**, **y levels: 1**, **z levels: 0**.

Po wybraniu **OK** żądany wykres zostanie narysowany. W podobny sposób możemy wykreślić tylko jedną składową indukcji magnetycznej: **Magnetic flux density, x component** albo **Magnetic flux density, z component**.

Wybierając z menu **Postprocessing**, **Data display**, **Subdomain...** możemy wyświetlić dowolną policzoną przez program wielkość. Tym sposobem – wybierając z listy indukcję magnetyczną (**Magnetic flux density, norm**) i wpisując współrzędne środka szczeliny – możemy zobaczyć wartość indukcji w szczelinie i porównać ją z wartością obliczoną w Matlabie. Współrzędne środka szczeliny znajdziemy dodając do współrzędnych określających jej położenie po połowie długości każdej krawędzi – zob. **2. Tworzenie geometrii analizowanego układu – Draw Mode** na stronie 6.

Lepsze efekty w wizualizacji otrzymamy, jeśli niektóre części geometrii nie będą widzialne. Możemy je ukryć wybierając z menu **Options**, **Suppress**, **Suppress Subdomains** (obszar 1 – elipsoid) oraz **Suppress Boundaries** (powierzchnie 1-4 i 27-30). Wybrane elementy nie będą dłużej wyświetlane, dzięki czemu nie będą zasłaniać rdzenia. Aby ponownie były widziane należy wybrać **Suppress None**.

Inne, wybrane sposoby prezentacji wyników:

- Boundary – wybrane wartości rysowane są na powierzchniach obiektów,
- Edge – wybrane wartości rysowane są na krawędziach obiektów,
- Arrow – rysowane są strzałki (tylko dla wielkości wektorowych),
- Streamline – linie strumienia (tylko dla wielkości wektorowych),
- Min/Max – zaznacza najmniejszą i największą wartość wybranej wielkości,
- Isosurface – powierzchnie, na których wybrana wielkość ma stałą wartość,
- Subdomain – wybrane wartości rysowane są w obszarach.

Zadanie 1 rozwiązujemy bez żadnych problemów. Wystarczy jednak nieco inaczej sformułować zagadnienie, aby przy tej samej liczbie danych napotkać dość poważne kłopoty.

Przykład 2)

Prąd stały w cewce elektromagnesu (Rys. 1) ma wartość 5 A (cewka ma n zwojów). Krzywa magnesowania materiału, z którego wykonano rdzeń oraz geometria rdzenia są znane. Wyznaczyć indukcję magnetyczną B_0 w szczelinie powietrznej. Zaniedbać strumień rozproszenia.

Rozwiązanie 1 – podejście klasyczne:

1) Indukcję B_0 w szczelinie obliczymy przekształcając równanie (1.3). Musimy jednak znać natężenie pola. Możemy je obliczyć z równania (1.4) zapisanego w postaci:

$$n \cdot I = H_0 \cdot l_0 + H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2 + H_3 \cdot l_3 + H_4 \cdot l_4 + H_5 \cdot l_5. \quad (1.5)$$

2) Znamy n , I oraz długości wszystkich części obwodu l_k (możemy przyjąć drogę strumienia w środku rdzenia, tak jak na Rys. 2). Nieznane pozostają wartości natężenia pola H_k . Znajdziemy je odczytując wartości z charakterystyki, jeśli tylko będziemy znali B_k w każdej części rdzenia.

3) Ponieważ założyliśmy, że strumień magnetyczny jest wszędzie jednakowy, to B_k obliczymy z równania (1.2).

4) Strumień możemy zaś obliczyć z równania (1.1).

Niestety, w równaniu (1.1) występuje B_0 , czyli wielkość której szukamy. Nieliniowość materiału powoduje, że nie możemy zapisać wystarczającej liczby równań dla analizowanego zagadnienia.

Rozwiązanie 2 – podejście iteracyjne:

Jednym z możliwych sposobów rozwiązania zadania jest sposób iteracyjny:

- 1) Zgadujemy wartość H_0 .
- 2) Z równania (1.3) obliczamy indukcję B_0 w szczelinie.
- 3) Obliczamy strumień w obwodzie – równanie (1.1).
- 4) Obliczamy indukcję we wszystkich częściach rdzenia – równanie (1.2).
- 5) Odczytujemy z charakterystyki magnesowania natężenia pola dla wszystkich części rdzenia.
- 6) Obliczamy H_0 przekształcając równanie (1.5).
- 7) Wracamy do punktu 2 (obliczamy indukcję w szczelinie i pozostałe wartości aż do punktu 6).

Obliczenia w punktach 2 – 7 wykonujemy do momentu, gdy kolejno uzyskiwane wartości B_0 nie zmieniają się już w sposób widoczny (zakładamy pewną dokładność wyniku), lub po ustalonej liczbie iteracji.

Literatura

1. Ryszard Sikora, **Teoria Pola Elektromagnetycznego**, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1997, wydanie trzecie zmienione, str. 134–178 (pole magnetostaticzne)
2. Maciej Krakowski, **Elektrotechnika Teoretyczna t.2**, Wydawnictwa Naukowe PWN, 1999, wydanie szóste, str. 79-121 (pole magnetostaticzne, obwody magnetyczne)
3. Tadeusz Cholewicki, **Elektrotechnika Teoretyczna t.1**, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1967 wydanie pierwsze, str. 242–266 (obwody magnetyczne)

Zadania

1. Przykład 2 rozwiązać metodą iteracyjną dla poniższych danych. Korzystając z obliczonych wartości B i H wyznaczyć przenikalność magnetyczną względną μ_r dla każdej części rdzenia (wartości te będą potrzebne do obliczeń w programie COMSOL Multiphysics).

Krzywa magnesowania dana jest w punktach:

B [T]	0	0.72	0.9	1.0	1.075	1.125	1.175	1.2	1.225	1.25	1.275	1.3	1.35
H [A/m]	0	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	675	1100

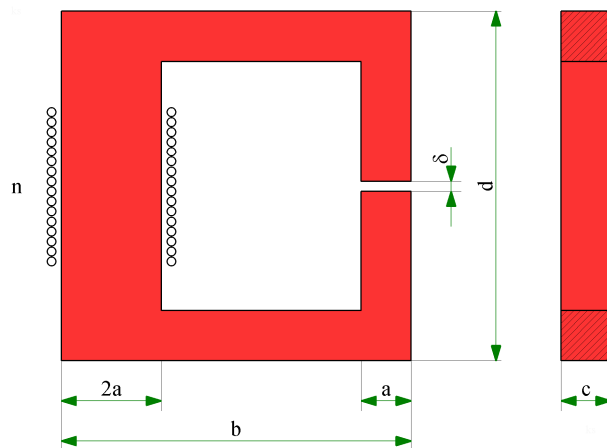
Wymiary rdzenia (Rys. 3) są

następujące:

- $a = 10$ mm;
- $b = 70$ mm,
- $c = 10$ mm,
- $d = 70$ mm,
- $\delta = 2$ mm.

Parametry zasilania:

- $I = 2$ A,
- $n = 1080$



Rys. 3 Wymiary rdzenia elektromagnesu

2. Korzystając z modelu zbudowanego w programie COMSOL obliczyć wartość indukcji magnetycznej (**Magnetic flux density, norm**) w różnych częściach rdzenia oraz w szczelinie powietrznej.

W sprawozdaniu proszę zamieścić wyniki obliczeń i porównać wartości otrzymane metodą iteracyjną i metodą elementów skończonych. Proszę także omówić wady i zalety obu metod.

Zaznaczając dowolną granicę wewnętrzną możemy zmienić domyślne wartości warunków brzegowych, najpierw jednak musimy zaznaczyć pole **Interior boundaries**. Dla większości granic pozostawimy domyślnie przyjęty warunek ciągłości wektora natężenia pola magnetycznego, natomiast na granicach 10, 11, 19 i 24 ustawimy warunki symulujące cewkę. Założmy, że cewka ma 1080 zwojów i przewodzi prąd o wartości 2 A. podstawiając iloczyn 2·1080 za prąd w równaniu (2.1) i 30 mm jako szerokość cewki otrzymujemy wartość gęstości powierzchniowej prądu $J_s = 72$ kA/m. Wartość ta będzie jednakowa dla wszystkich granic, ale prąd będzie miał różne zwroty. Założmy, że kierunek prądu ma być taki, aby indukował pole magnetyczne skierowane w górę. Na każdej granicy tylko jedna składowa wektora J_s będzie niezerowa. Kiedy wybierzemy granicę 10 i ustawimy **Boundary condition: Surface current** (prąd powierzchniowy), w polu opisanym jako **Surface current density** będziemy mogli wpisać wartości gęstości prądu osobno dla każdej składowej (x, y, z). Dla powierzchni 10 ustawiamy składową y (więc w drugiej kolumnie) skierowaną przeciwnie do przyjętego kierunku układu współrzędnych, czyli wpisujemy: J_s . Podobnie dla powierzchni granicznej 11 ustawiamy składową x: **72e3** – w pierwszej kolumnie, dla powierzchni 19 – składową x: **-72e3** dla powierzchni 24 – składową y: **72e3**.

Po kliknięciu **OK** warunki brzegowe zostaną ustalone. Tym samym będziemy mieli w pełni sformułowane zagadnienie (geometria + równanie + warunki brzegowe). Uwaga: zmiany wprowadzane dla poszczególnych powierzchni są od razu zapamiętywane!

5 Tworzenie siatki – Mesh Mode

Rozwiązanie zagadnienia otrzymamy jako konkretne wartości numeryczne tylko w wybranych punktach całego obszaru. Konieczne jest zatem określenie jakie to mają być punkty, czyli stworzenie siatki elementów skończonych. Wybierając w menu **Mesh** polecenie **Initialize Mesh** lub **Mesh Mode** przejdziemy do trybu generacji siatki. Zostanie ona wytworzona z domyślnie przyjętymi parametrami.

Inne parametry siatki można ustawić wybierając opcję **Free Mesh parameters** z menu **Mesh**. Ustawmy wielkość **Predefined Mesh Sizes** na **Extremely coarse**, a na zakładce **Subdomain** wpiszmy dla obszarów 2, 3 i 4 maksymalny rozmiar elementu równy 7 mm. Wygenerowanie nowej siatki nastąpi gdy wybierzemy przycisk **Remesh**.

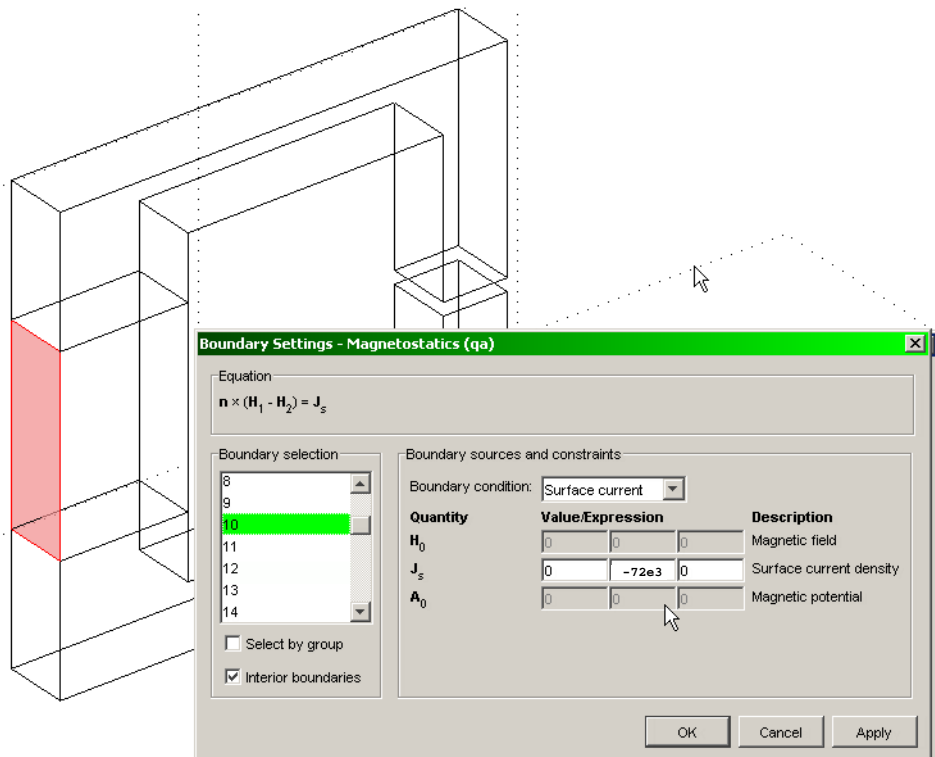
6 Rozwiązanie i prezentacja wyników – Solve, Postprocessing Mode

Wybranie polecenia **Solve Problem** z menu **Solve** uruchamia obliczenia. Po ich zakończeniu program automatycznie przechodzi do trybu prezentacji wyników.

W polu **Equation** (Rys. 15) widzimy jakie równanie różniczkowe będzie rozwiązywane dla tego obszaru. W tym przypadku jest to pierwsze równanie Maxwella (iloczynem wektorowym operatora nabla i dowolnego wektora **A** oznaczamy rotację wektora **A**). Rozwiązując równanie różniczkowe analitycznie musimy znać warunki brzegowe lub początkowe. Musimy je określić także wtedy, gdy posługujemy się metodą elementów skończonych.

4 Określanie warunków brzegowych – Boundary Mode

W menu **Physics** wybieramy **Boundary Settings** i przechodzimy do kolejnego trybu w programie. Wybierając w polu **Boundary selection** pierwszą granicę możemy sprawdzić, że jest dla niej domyślnie przyjęte równanie $\mathbf{n} \times \mathbf{A} = \mathbf{0}$. W obszarze **Boundary sources and constraints** widzimy, że warunek ten jest opisany jako izolacja magnetyczna. Zostawimy te wartości bez zmian dla wszystkich zewnętrznych granic naszego układu (granice: 1-4 i 27-30).



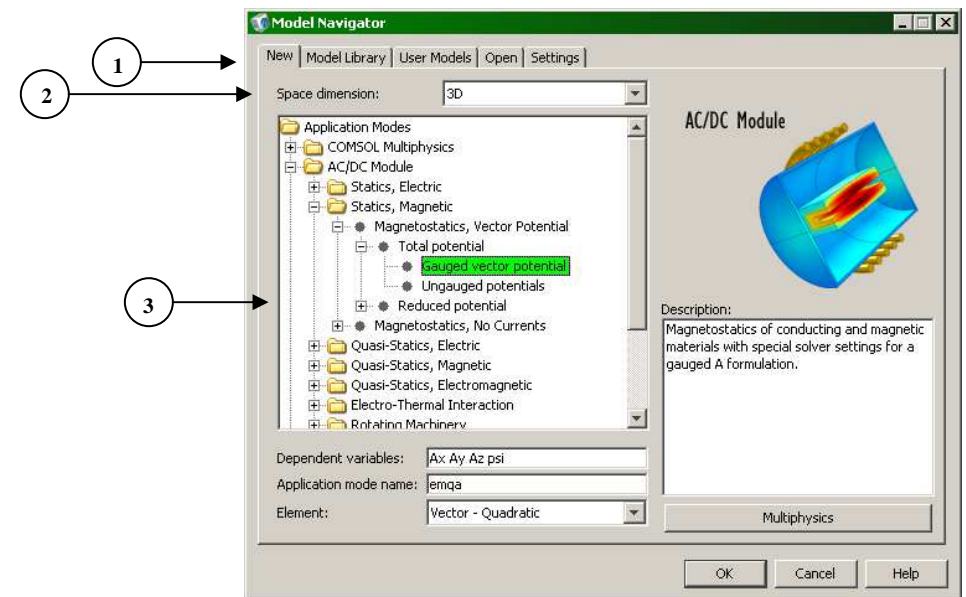
Rys. 16 Boundary Settings

Elektromagnes w programie COMSOL Multiphysics

1 Uruchomienie programu i wybór modułu

Po kliknięciu ikony COMSOL Multiphysics otwiera się okno **Model Navigator** – Rys. 4, w którym wybieramy układ współrzędnych dla wybranego zagadnienia i moduł wykorzystywany do obliczeń (UWAGA: prezentowane tutaj rysunki mogą się różnić od widoku na ekranie, ze względu na różne wersje programu zainstalowane na komputerach w laboratorium).

- (1) Wybieramy zakładkę **New**,
- (2) zaznaczamy na rozwijanej liście układ trójwymiarowy: **Space dimension: 3D**,
- (3) w okienku wybieramy z listy Application Modes kolejno:
AC/DC Module \ Statics, Magnetic \ Magnetostatics, Vector Potential \ Total potential.



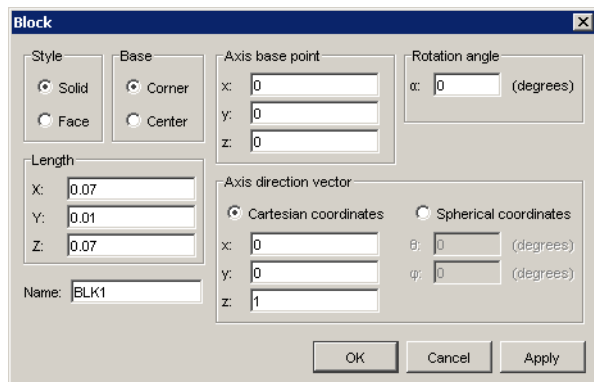
Rys. 4 Model Navigator

Po kliknięciu **OK** otworzy się nowe, puste okno, w którym będziemy modelować elektromagnes.

2 Tworzenie geometrii analizowanego układu – Draw Mode

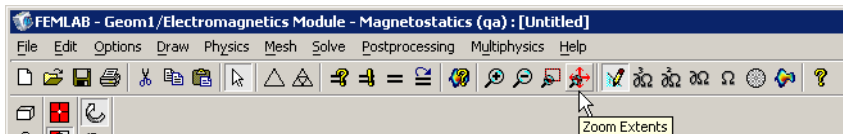
Pierwszym krokiem jaki musimy wykonać jest określenie geometrii obiektu, który chcemy zamodelować. Z głównego menu programu wybieramy polecenie **Draw** a następnie z listy obiektów wybieramy **Block** (w ten sposób narysujemy prostopadłościan, z którego potem

„wytniemy” rdzeń magnesu). Pozostawiamy niezmienione wszystkie domyślnie przyjęte parametry obiektu, z wyjątkiem długości krawędzi (Rys. 5). W polu **Length** wpisujemy wartości (w metrach) **X: 0.07**, **Y: 0.01**, **Z: 0.07**. Kliknięcie **OK** zamyka okno dialogowe i tworzy obiekt.



Rys. 5 Block

Aby powiększyć widok możemy kliknąć ikonkę Zoom Extents (Rys. 6) na pasku narzędzi – spowoduje to rozszerzenie widoku (zbliżenie) w sposób najlepiej dopasowany do istniejących obiektów.

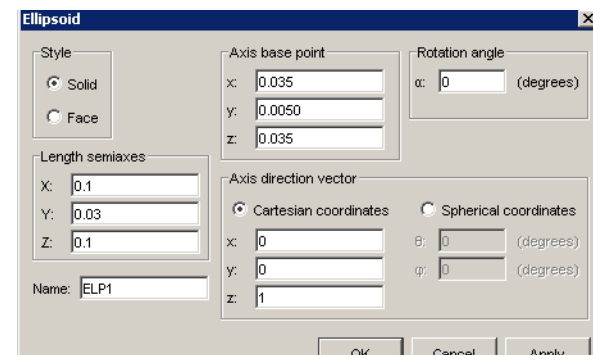


Rys. 6 Zoom Extents

Z rdzenia magnesu musimy teraz usunąć środek i stworzyć w nim szczelinę powietrzną. Wybieramy ponownie polecenie **Draw**, następnie **Block** i określamy parametry bloku do wycięcia. W polu **Axis base point** wpisujemy współrzędne wierzchołka leżącego najbliżej początku układu współrzędnych – **x: 0.02**, **y: 0**, **z: 0.01**. W polu **Length** wpisujemy długości krawędzi – **X: 0.04**, **Y: 0.01**, **Z: 0.05**. Klikamy **OK** zamykając okno dialogowe.

Postępując podobnie określamy szczelinę powietrzną: Wybieramy **Draw**, **Block**. Współrzędne początku szczeliny wpisujemy w polu **Axis base point** – **x: 0.06**, **y: 0**, **z: 0.034**. W polu **Length** wpisujemy długości krawędzi – **X: 0.01**, **Y: 0.01**, **Z: 0.002**. Klikamy **OK**.

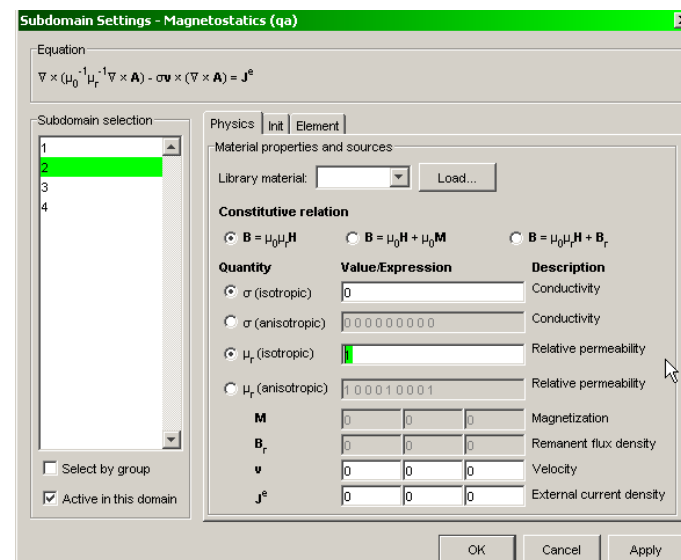
Utworzyliśmy już cały elektromagnes, ale konieczne jest jeszcze umieszczenie go w pewnej przestrzeni. Wybieramy **Draw**, **Ellipsoid**. Określamy **Axis base point** – środek elipsoidy – **x: 0.035**, **y: 0.005**, **z: 0.035** oraz długości półosi – w polu **Length semiaxes** wpisujemy **X: 0.1**, **Y: 0.03**, **Z: 0.1** (Rys. 14).



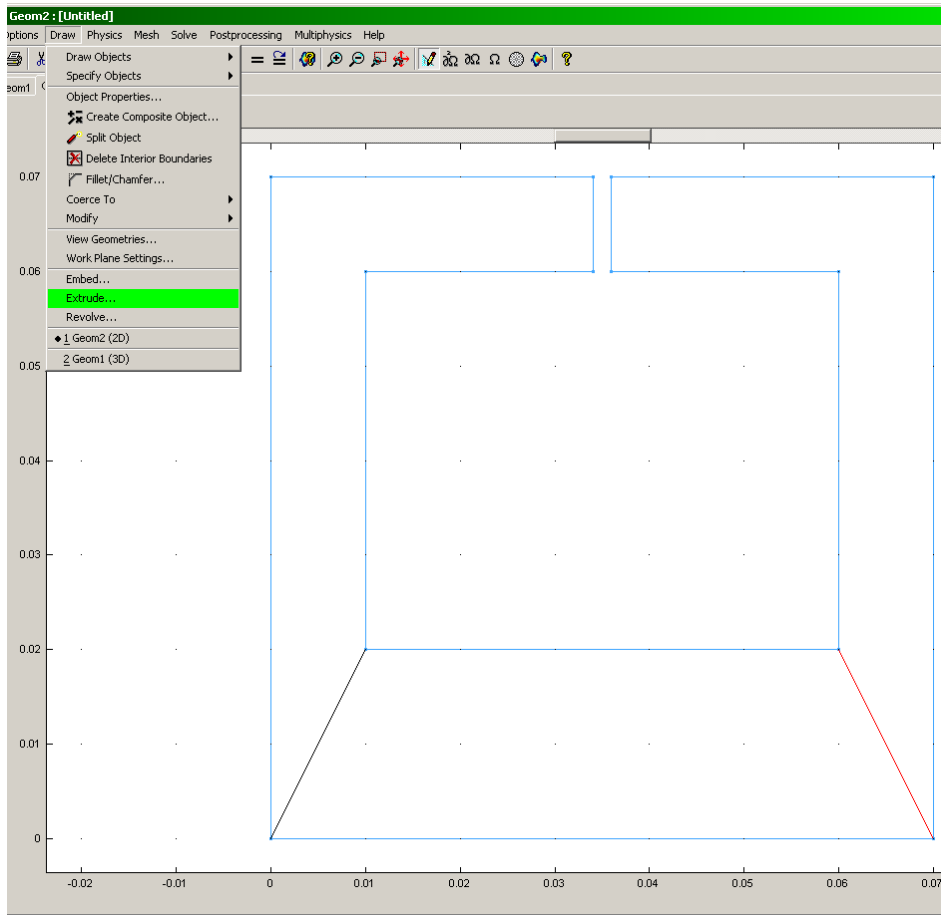
Rys. 14 Ellipsoid

3 Określanie parametrów materiałowych – Subdomain Mode

Przejdźmy teraz do określenia parametrów modelu. Wybieramy z menu **Physics**, **Subdomain Settings**. Otwiera się okno, w którym pojawiają się oznaczone kolejnymi liczbami obszary: **1 – elipsoida** – zostawimy domyślnie przyjęte wartości, **2, 3 i 4 – rdzeń** (2 – część z uzwojeniem) – ustawimy obliczone w Matlabie przenikalności magnetyczne względne μ_r (Rys. 15).

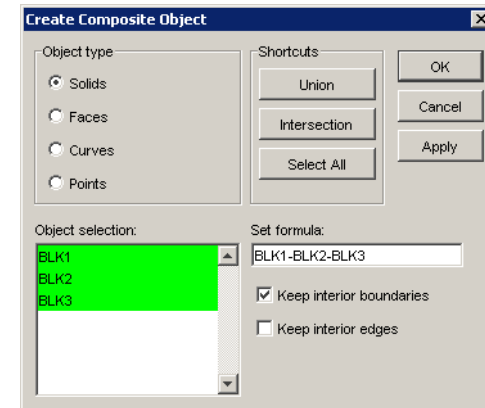


Rys. 15 Subdomain Settings



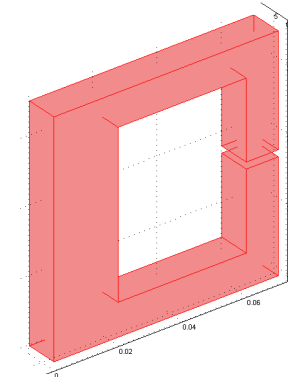
Rys. 12 Podział rdzenia na części o różnych przenikalnościach magnetycznych

Teraz możemy już z utworzonego na początku rdzenia usunąć środek i szczelinę. Wybieramy z menu polecenie **Draw**, a następnie **Create Composite Object**. Zaznaczamy wszystkie obiekty (wybierając w polu **Shortcuts** skrót **Select All**) i w polu **Set formula:** wpisujemy różnicę: **BLK1-BLK2-BLK3** (Rys. 7).

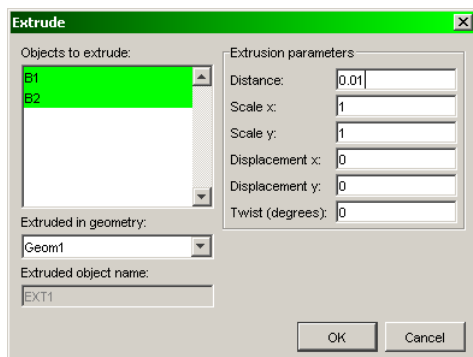


Rys. 7 Create Composite Object

Po kliknięciu **OK** powinniśmy zobaczyć geometrię rdzenia elektromagnesu (Rys. 8).



Rys. 8 Rdzeń elektromagnesu



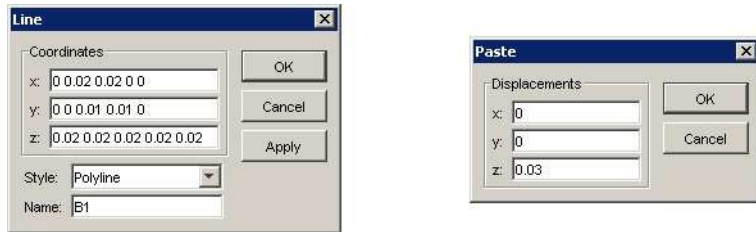
Rys. 13 Okienko Extrude

Cewkę, która jest nawinięta na rzeczywistym rdzeniu możemy zasymulować za pomocą warunków brzegowych na części rdzenia. Ponieważ dla wartości wzbudzanego pola magnetycznego istotna jest głównie wartość prądu w cewce, możemy bez większych strat dla dokładności obliczeń wyobrazić sobie cewkę jako przewodzącą folię nawiniętą na rdzeniu. Nie uwzględniając grubości

folii, prąd w cewce można wyrazić jako prąd powierzchniowy o pewnej gęstości. Gęstość tego prądu określimy dzieląc jego wartość I przez szerokość h taśmy:

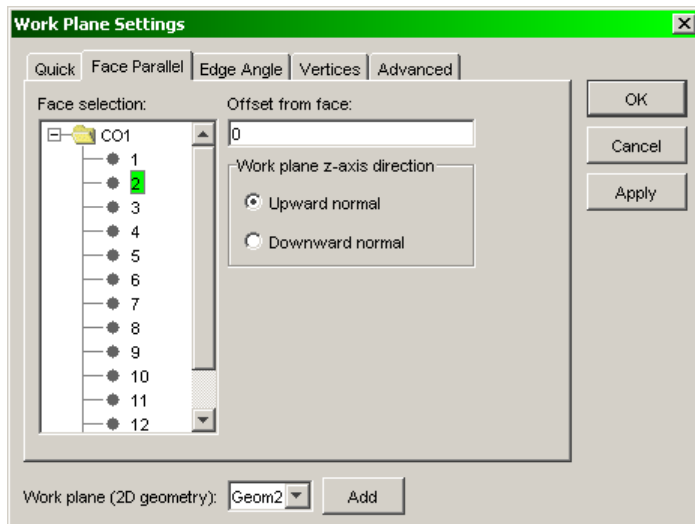
$$J_s = \frac{I}{h} \quad (2.1)$$

Obszar na powierzchni rdzenia, dla którego określimy gęstość prądu, oddzielimy od pozostałej części rdzenia liniami. Z menu **Draw** wybieramy **Line** i określamy następujące współrzędne pierwszej linii: **x: 0 0.02 0.02 0 0**, **y: 0 0 0.01 0.01 0**, **z: 0.02 0.02 0.02 0.02 0.02**. Po kliknięciu **OK** kopiujemy linię: z menu **Edit** wybieramy **Copy**, a następnie wklejamy ją 30 mm wyżej: wybieramy **Edit**, **Paste** i określamy przesunięcie: **x: 0**, **y: 0**, **z: 0.03** (Rys. 9).



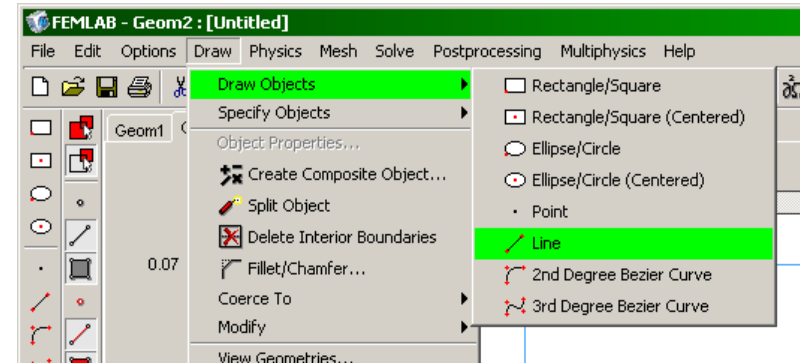
Rys. 9 Okienka dialogowe - rysowanie linii: **Draw \ Line** oraz wklejanie: **Edit \ Paste**

Konieczne jest jeszcze rozdzielenie w modelu rdzenia części o różnych przenikalnościach magnetycznych (ustawimy w nich różne wartości μ_r). Z menu **Draw** wybieramy **Work Plane Settings**, następnie zakładkę **Face Parallel** i zaznaczamy powierzchnię 2 (Rys. 10)



Rys. 10 Okno wyboru pomocniczego układu współrzędnych

Po kliknięciu **OK** otworzy się pomocniczy układ współrzędnych. Będzie on leżał w płaszczyźnie równoległej do powierzchni 2 naszego modelu rdzenia elektromagnesu. Kolorem niebieskim zaznaczony jest kontur ścianki do której układ przylega. Narysujemy na nim linie podziału. Wybieramy kolejno: **Draw**, **Draw Object** i **Line**. Posługując się myszką zaznaczamy kliknięciem początkowy punkt z którego linia ma być prowadzona (w lewym dolnym rogu konturu rdzenia – patrz Rys. 12) i punkt końcowy (o współrzędnych 0.01 i 0.02). Po kliknięciu drugiego punktu linia zostaje narysowana. Klikamy w dowolnym miejscu prawym klawiszem, aby nie kontynuować rysowania tej samej linii, po czym raz jeszcze wybieramy kolejno: **Draw**, **Draw Object** i **Line** i rysujemy drugą prostą (od punktu 0.07, 0 do punktu 0.06, 0.02).



Rys. 11 Wybór narzędzia: rysowanie linii

Narysowane właśnie proste musimy przenieść i „rozciągnąć” na całą szerokość rdzenia (na razie są tylko na jego ściance). Wybieramy **Draw**, **Extrude** i zaznaczamy obie proste: B1 i B2. W polu **Extrusion parameters** wpisujemy na jaką odległość mają być „rozciągnięte” proste. W naszym przypadku musi to być szerokość rdzenia, czyli 10 mm. Taką właśnie wartość wpisujemy w polu **Distance**. Pozostałe parametry pozostawiamy na domyślnie przyjętym przez program poziomie (Rys. 13). Po kliknięciu **OK** Comsol utworzy ścianki rozdzielające części rdzenia i powróci do układu trójwymiarowego.